

Estabilización global de la posición de un mini helicóptero Pentarotor

R. Cruz-José¹, J. F. Guerrero-Castellanos², W. F. Guerrero-Sánchez¹,
J. P. Sánchez-Santana³, E. Ramírez-Muñoz².

¹ Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas-BUAP, ² Facultad de Ciencias de la Electrónica-BUAP.
Av. San Claudio y 18 sur, Col. San Manuel, C. P. 72570, Puebla, Pue., México.

³ Ingeniería Mecánica-Electrónica-UPP, Juan C. Bonilla s/n, C.P. 72640, Puebla, Pue., México.
r.cruzj73@gmail.com, fguerrero@ece.buap.mx

Resumen—Este trabajo presenta una nueva configuración de mini vehículo aéreo autónomo (Mini-UAV) al que se le ha denominado “Pentarotor”. Esta nueva arquitectura permite realizar despegues y aterrizajes verticales y vuelos estacionarios, como las arquitecturas VTOL, pero también permite efectuar vuelos horizontales a baja velocidad sin la necesidad de una inclinación. La estrategia de control propuesta para la estabilización de la posición de la aeronave se basa en un esquema “inner-outer loop”. Entonces, dos leyes de control no lineales son utilizadas de manera acoplada; la primera para la estabilización del movimiento rotacional y la segunda para el movimiento traslacional. El diseño de las leyes de control toma en cuenta los límites aceptables en las señales de entrada del sistema y está basado en la utilización de funciones de saturación. El resultado es una ley de control simple la cual puede ser implementada en sistemas empotrados, donde la capacidad de cálculo es reducida. La prueba de convergencia de cada una de las leyes de control se realiza en el sentido de Lyapunov. El sistema en lazo cerrado fue validado en simulación con el objetivo de mostrar la efectividad de la arquitectura de la aeronave y la estrategia de control propuesta.

Palabras clave: Control no lineal, funciones de saturación, inner-outer loop, mini UAV's VTOL, control de mini helicópteros.

I. INTRODUCCIÓN

En la última década el desarrollo de naves aéreas no tripuladas (UAV's por las siglas en inglés de Unmanned Aerial Vehicle) ha tenido un gran impulso debido al interés que generan sus aplicaciones militares y al progreso tecnológico en el área de los microprocesadores, sensores, actuadores y dispositivos de almacenamiento de energía. Las posibilidades de sus aplicaciones civiles han motivado el desarrollo de la investigación en universidades y en centros de investigación gubernamentales de todo el mundo, estas abarcan un gran espectro y encontramos la supervisión de líneas de alta tensión, supervisión de infraestructuras civiles (presas, puentes, edificios), acciones de desastre y protección civil, supervisión de tráfico, etc (Guerrero, 2008). Un estudio bibliográfico muestra que la investigación en robótica aérea se ha concentrado principalmente en los vehículos de ala rotatoria; helicópteros y arquitecturas con capacidad de despegue y aterrizaje vertical VTOL (del

inglés Vertical Take-Off and Landing). Esto es debido a la capacidad de estos vehículos para realizar vuelos estacionarios, así como la gran movilidad, características importantes y necesarias en una gran cantidad de aplicaciones. El ejemplo más emblemático en las arquitecturas VTOL es el helicóptero con cuatro rotores, que ha dado origen a trabajos muy importantes, por ejemplo, (Castillo et al., 2004), (Bouabdallah et al., 2004), (Guerrero et al., 2007), (Hably y Marchand, 2007), (Guerrero et al., 2008), (García-Delgado et al., 2008), (Lozano et al., 2008), (Herisse et al., 2009), (Pounds y Mahony, 2009).

En esta nota, se presenta una nueva y original arquitectura de Mini-UAV de ala rotatoria a la que se le ha dado el nombre de “Pentarotor” (ver Figura 1). La motivación principal en el diseño de esta nueva arquitectura de Mini-UAV es la necesidad de tener gran maniobrabilidad y capacidad de realizar vuelos estacionarios y horizontales a muy bajas velocidades. Estas capacidades son necesarias en ciertas aplicaciones de vigilancia y rescate o cuando los sensores utilizados para obtener la velocidad/altura no toleran inclinaciones (Salazar et al., 2009), (Herisse et al., 2009).

En este sistema, los cuatro rotores $R_{1,2,3,4}$ permiten la estabilización de la orientación y son los encargados de mantener la fuerza de sustentación necesaria para realizar despegues y aterrizajes a la vertical, así como los vuelos estacionarios. El rotor R_5 , por su parte, genera una fuerza de tracción paralela a x_b la cual da origen a un desplazamiento horizontal. Note que para el caso del “quadrotor” el desplazamiento horizontal se realiza inclinando el sistema un cierto ángulo en la dirección de desplazamiento deseada, lo cual no siempre es una tarea fácil, sobre todo a bajas velocidades (Salazar et al., 2009). En el caso del “Pentarotor”, el quinto rotor permite desacoplar la dinámica de traslación de la rotación sobre la componente x_b . Sin embargo, el sistema sigue siendo sub-actuado, puesto que se tienen 5 controles y 6 grados de libertad.

La estrategia de control presentada en este trabajo, permite la estabilización completa de la aeronave (orientación y traslación). El Pentarotor se puede expresar como un sistema en cascada, entonces el diseño de la ley de control se

realizo utilizando un enfoque jerárquico (inner-outer loop). Con este esquema, el lazo interno permite controlar la orientación mientras que el externo controla la posición. Estos dos lazos de control se relacionan por señales de control intermedias. El control de orientación del Pentarotor se realiza con la ley de control propuesta en (Guerrero et al., 2008). Para el control de posición se realiza una adecuada transformación de coordenadas. Entonces, inspirados en los trabajos de (Teel, 1992) y (Johnson y Kannan, 2003) se proponen tres leyes de control basadas en saturaciones imbricadas con garantía de polos reales diferentes de uno. La estrategia de control propuesta es extremadamente simple, de forma que ella puede ser fácilmente implementada en algún pequeño microprocesador como los que generalmente son utilizados en este tipo de mini vehículos.

El contenido de este trabajo es organizado de la siguiente manera. La sección II está dedicada a la presentación del modelo matemático del sistema Pentarotor utilizado para este análisis. En la sección III se define el problema a tratar. La sección IV se presenta el control de orientación y se muestra el diseño de la ley de control de traslación a usarse en la aeronave. En la sección V se muestran los resultados obtenidos. Finalmente, en la sección VI se enuncian algunas conclusiones.

II. MODELO MATEMÁTICO

Una representación esquemática del sistema Pentarotor se muestra en la Figura 1, aquí se pueden apreciar el marco de referencia inercial $N(x_n, y_n, z_n)$, el marco de referencia fijo al cuerpo $B(x_b, y_b, z_b)$, las fuerzas f_i de cada rotor, la velocidad angular ω_{m_i} de los motores, los torques de reacción Q_i de cada motor, los ángulos de Cardán y la distancia d del centro de masa al centro del motor.

El movimiento de cabeceo θ con el movimiento de desplazamiento en el eje x_n se logran a partir de la acción combinada de los motores delantero m_1 y trasero m_3 , la diferencia entre las fuerzas originadas producen una componente de fuerza en la dirección x_n y un torque. Lo mismo se puede decir del movimiento de alabeo ϕ con el movimiento de desplazamiento sobre el eje y_n . De la misma forma los movimientos de guiñada y desplazamiento en el eje z_n , son debidos a la acción combinada de los pares de los rotores principales del sistema.

II-A. Representación de la orientación

El cuaternión q se define como (Shuster, 1993)

$$q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\beta}{2} \\ \hat{e} \sin \frac{\beta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ \vec{q} \end{pmatrix} \in H \quad (1)$$

con $H = \{q \mid q_0^2 + \vec{q}^T \vec{q} = 1, q = [q_0 \ \vec{q}]^T, q_0 \in \mathbb{R}, \vec{q} \in \mathbb{R}^3\}$, donde $\vec{q} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ y q_0 son las partes vectorial y escalar del cuaternión. En aplicaciones de control de orientación, el cuaternión unitario representa la rotación desde un sistema de coordenadas inercial $N(x_n, y_n, z_n)$, localizado en algún punto del espacio, al sistema de coordenadas $B(x_b, y_b, z_b)$ localizadas en el centro de masa del cuerpo rígido.

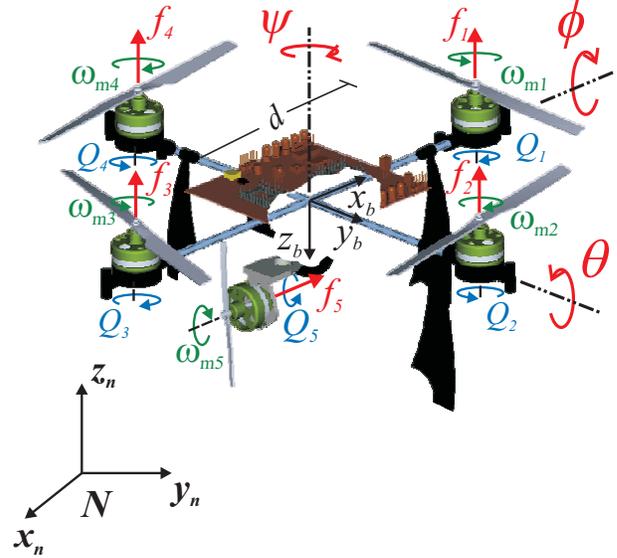


Figura 1. Esquema de la configuración del Pentarotor.

Denotando con $\vec{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ el vector de velocidad angular del marco de referencia en el cuerpo B relativo al marco inercial N , la ecuación cinemática está dada por

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\vec{q}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\vec{q}^T \\ I_3 q_0 + [\vec{q}^\times] \end{pmatrix} \vec{\omega}. \quad (2)$$

La matriz de rotación $C(q) \in SO(3)$ correspondiente al cuaternión q se calcula por

$$C(q) = (q_0^2 - \vec{q}^T \vec{q}) I_3 + 2(\vec{q} \vec{q}^T - q_0 [\vec{q}^\times]), \quad (3)$$

donde I_3 es la matriz identidad y $[\vec{q}^\times]$ es el tensor antisimétrico asociado con el vector axial \vec{q} dado por

$$[\vec{q}^\times] = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}^\times = \begin{pmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Una de las representaciones de la orientación más utilizadas en aeronáutica son los ángulos de Cardán (alabeo, cabeceo y guiñada): (ϕ, θ, ψ) . La matriz de rotación en función de estos ángulos está dada por

$$C(\phi, \theta, \psi) = \begin{pmatrix} C\psi C\theta & S\psi C\theta & -S\theta \\ C\psi S\theta S\phi - S\psi C\theta & S\phi S\theta S\psi + C\psi C\phi & C\theta S\phi \\ C\psi C\phi S\theta + S\psi S\phi & S\theta S\psi C\phi - C\psi S\phi & C\theta C\phi \end{pmatrix}, \quad (5)$$

con $S(\cdot) = \text{sen}(\cdot)$ y $C(\cdot) = \text{cos}(\cdot)$, que es equivalente a (3).

II-B. Modelo del sistema Pentarotor

La dinámica de movimiento del Pentarotor se obtienen por el formalismo Newton-Euler y la cinemática de la orientación utilizando el formalismo de cuaterniones. El modelo completo del sistema, considerando solo las fuerzas y torques proporcionados por los rotores es dado por

$$\Sigma_x \begin{cases} \dot{p}_1 = p_2 \\ \dot{p}_2 = u_x \end{cases} \quad (15)$$

$$\Sigma_{y,z} \begin{cases} \dot{p}_3 = p_4 \\ \dot{p}_4 = -u_z \operatorname{sen} \phi \\ \dot{p}_5 = p_6 \\ \dot{p}_6 = u_z \operatorname{cos} \phi - 1 \end{cases} \quad (16)$$

donde $p = (p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6) = (p_x, v_x, p_y, v_y, p_z, v_z)$ es el estado del subsistema que representa la dinámica de traslación.

IV-B.1. Control de posición en el eje x_n : Tomando en cuenta solo el subsistema (15) de traslación en el eje x , se puede ver que es independiente del resto del subsistema de traslación. La propuesta de ley de control se puede establecer en el siguiente lema:

Lema 1: Considere la dinámica del subsistema expresado por las Ecuaciones (15), y considere la ley de control con entrada acotada

$$u_x = -\sigma_{M_{1,x}}(a_1 p_2 + \sigma_{M_{2,x}}(a_2 p_2 + a_1 a_2 p_1)) \quad (17)$$

donde $\sigma_{M_j}(\cdot)$ está definida en (10), con $M_{1,x} > 2M_{2,x}$ y $a_{(1,2)} > 0$ son los parámetros de sintonización.

Entonces la ley de control (17) estabiliza exponencialmente al sistema (15) al punto de origen $(p_1, p_2) = (0, 0)$.

La demostración de este Lema se lleva a cabo utilizando lo expuesto en los trabajos (Teel, 1992), (Johnson y Kannan, 2003) pero se realizará con fines de claridad

Prueba. Sea la transformación lineal $\zeta = T_{\zeta} x$ donde $x = (p_1 \ p_2)^T$ la cual transforma (15) en $\dot{\zeta} = A_{\zeta} \zeta + B_{\zeta} u$, donde

$$T_{\zeta} = \begin{pmatrix} a_2 a_1 & a_2 \\ 0 & a_1 \end{pmatrix}, A_{\zeta} = \begin{pmatrix} 0 & a_2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_{\zeta} = \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

entonces el sistema (15) queda expresado en la forma

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = a_2 \zeta_2 + a_2 u_x, \\ \dot{\zeta}_2 = a_1 u_x, \end{cases} \quad (19)$$

con $u_x = -\sigma_{M_{1,x}}(\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1))$.

Utilizando la ley de control (17) y por la transformación se obtiene

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = a_2 \zeta_2 + a_2 [-\sigma_{M_{1,x}}(a_1 p_2 + \sigma_{M_{2,x}}(a_2 p_2 + a_1 a_2 p_1))], \\ \dot{\zeta}_2 = a_1 [-\sigma_{M_{1,x}}(a_1 p_2 + \sigma_{M_{2,x}}(a_2 p_2 + a_1 a_2 p_1))]. \end{cases} \quad (20)$$

El sistema (20) se puede escribir en la forma

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = a_2 [\zeta_2 - \sigma_{M_{1,x}}(\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1))], \\ \dot{\zeta}_2 = -a_1 \sigma_{M_{1,x}}(\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1)). \end{cases} \quad (21)$$

Considere primeramente la evolución del estado ζ_2 , para esto se propone la función de Lyapunov: $V_2 = \zeta_2^2$, derivando esta función se obtiene $\dot{V}_2 = 2\zeta_2 \dot{\zeta}_2 = -2a_1 \zeta_2 \sigma_{M_{1,x}}(\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1))$.

Suponiendo que $|\zeta_2| > 2M_{2,x}$, esto significa que $|\zeta_2| \in [2M_{2,x}, +\infty)$, lo que implica que $|\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1)| \geq M_{2,x} + \varepsilon$, con $\varepsilon > 0$ suficientemente pequeño, por lo tanto se puede

afirmar que $\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1)$ es del mismo signo que ζ_2 y en consecuencia $\dot{V}_2 < 0$.

Lo anterior implica que ζ_2 va a entrar al conjunto $\Phi_2 = \{\zeta_2 : |\zeta_2| < 2M_{2,x}\}$ en un tiempo finito y va a permanecer en él. Mientras tanto, por el Lema 4 en (Marchand y Hably, 2005) el estado ζ_1 se mantiene acotado.

En consecuencia $\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1) \in [-2M_{2,x}, 2M_{2,x}]$, y esto significa que $\sigma_{M_{1,x}}(\cdot)$ no está saturada, por lo tanto el Sistema (21) se convierte en

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = -a_2 \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1), \\ \dot{\zeta}_2 = -a_1 [\zeta_2 + \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1)]. \end{cases} \quad (22)$$

Ahora propongamos la siguiente función de Lyapunov para considerar la evolución de ζ_1 : $V_1 = \zeta_1^2$, derivando nuevamente esta función se tiene $\dot{V}_1 = 2\zeta_1 \dot{\zeta}_1 = -2a_2 \zeta_1 \sigma_{M_{2,x}}(\zeta_1)$, de acuerdo a la definición de la función de saturación esto implica que $\dot{V}_1 < 0$ y ζ_1 decrece y entra al conjunto $\Phi_1 = \{\zeta_1 : |\zeta_1| < M_{2,x}\}$ y se mantiene en él. Nuevamente, esto significa que $\sigma_{M_{2,x}}(\cdot)$ no está saturada, por lo tanto el Sistema (22) se convierte en

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = -a_2 \zeta_1, \\ \dot{\zeta}_2 = -a_1 (\zeta_2 + \zeta_1), \end{cases} \quad (23)$$

o en forma matricial

$$\begin{pmatrix} \dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_2 & 0 \\ -a_1 & -a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix} \quad (24)$$

que tiene la forma $\dot{\zeta} = A_{\zeta} \zeta$, cuya solución $\zeta = e^{At} \zeta(0)$ tiende a cero cuando $t \rightarrow \infty$, puesto que A es Hurwitz por lo tanto el sistema es exponencialmente estable. ■

IV-B.2. Control de posición en los ejes y_n y z_n : Tomando en cuenta el subsistema de traslación para los ejes y y z mostrado en las Ecuaciones (16), se supondrá que \dot{p}_4 y \dot{p}_6 pueden definirse como sigue

$$\Sigma_{y,z} \begin{cases} \dot{p}_3 = p_4 \\ \dot{p}_4 = -u_z \operatorname{sen} \phi =: r_1 \\ \dot{p}_5 = p_6 \\ \dot{p}_6 = u_z \operatorname{cos} \phi - 1 =: r_2 \end{cases} \quad (25)$$

luego entonces sucede que $r_1 = -u_z \operatorname{sen} \phi$, $r_2 = u_z \operatorname{cos} \phi - 1$. De estas ecuaciones se halla una expresión para el ángulo ϕ , que particularmente puede ser definido como el ángulo deseado (ϕ_d) y que hará la función de variable de control intermedia (Olfati-Saber, 2001)

$$\phi_d = \arctan \left(\frac{-r_1}{r_2 + 1} \right). \quad (26)$$

Este ángulo ϕ_d se convierte en un cuaternión q_d el cual será alcanzado por el sistema utilizando la ley de control del Teorema 1. Por otra parte, también se puede derivar una expresión para u_z , que es la fuerza de sustentación de la aeronave, y que tiene la forma $u_z = \sqrt{r_1^2 + (r_2 + 1)^2}$. Note que u_z será siempre positiva, además deberá cumplirse que $u_z \geq 1$, a fin de compensar el peso de la aeronave. De lo anterior se deriva que, si se logra encontrar un control Γ que establezca la orientación del sistema a ϕ_d y además se

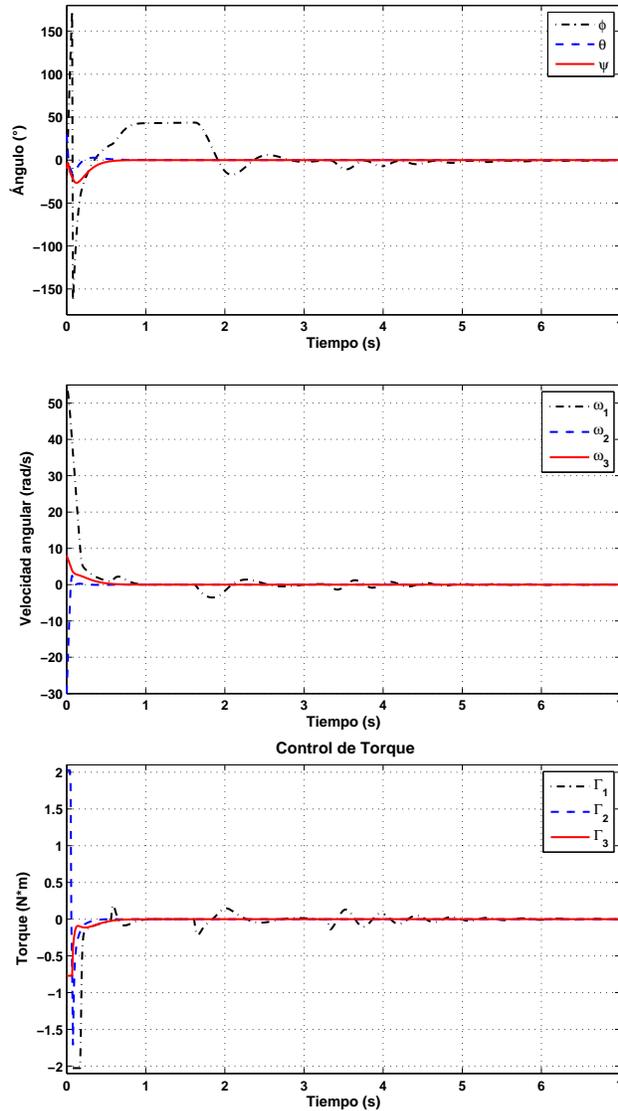


Figura 3. Resultados de posición angular, velocidad angular y control de orientación.

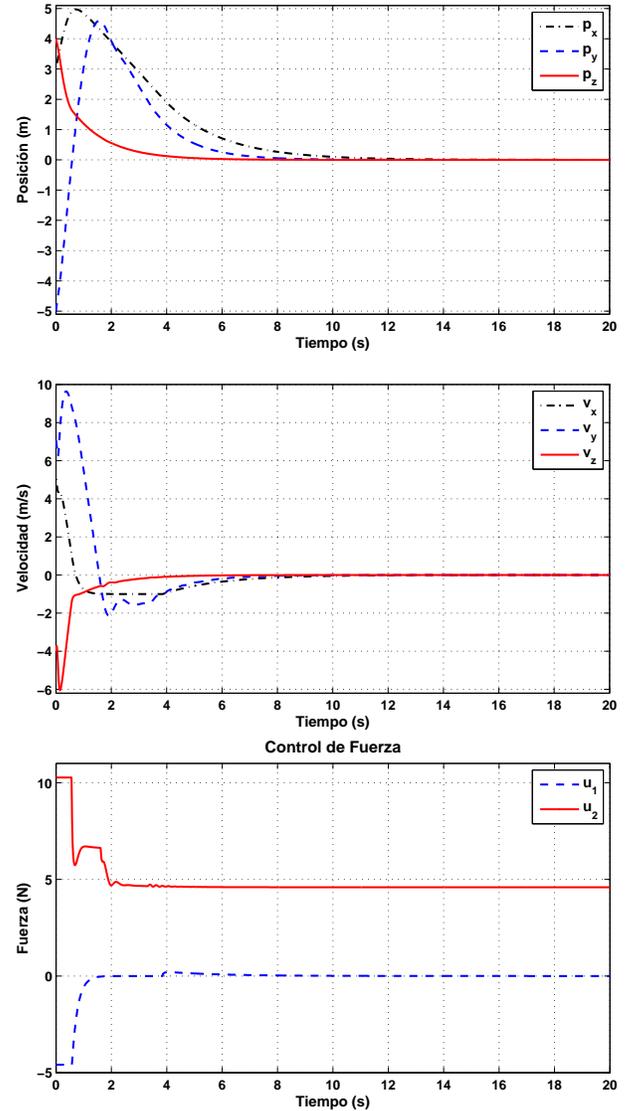


Figura 4. Resultados de la posición, velocidad lineal y control de fuerza.

Guerrero-Castellanos J. F. (2008). Estimation de l'attitude et commande bornée en attitude d'un corps rigide : application à un mini hélicoptère à quatre rotors. *Tesis doctoral, UJF-INPG, Grenoble, Francia.*

Guerrero-Castellanos J. F., A. Hably, N. Marchand y S. Leseq (2007). Bounded attitude stabilization: Application on four-rotor helicopter. *En 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma, Italia.*

Guerrero-Castellanos J. F., N. Marchand, S. Leseq y J. Delamare (2008). Bounded attitude stabilization: Real-time Application on four-rotor mini- helicopter. *En 17th IFAC World Congress, Seoul, Korea.*

Hably, A. y N. Marchand (2007). Global stabilization of a four rotor helicopter with bounded inputs. *IEEE International conference on Intelligent Robots and Systems. San Diego, California.*

Herisse B., T. Hamel, R. E. Mahony y Francois-Xavier Russotto (2009). A nonlinear terrain-following controller for a VTOL unmanned aerial vehicle using translational optical flow. *IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA, Kobe, Japón.*

Isidori. A. (1999). *Nonlinear Control Systems II.* Springer-Verlag. London Limited.

Johnson E. N. y S. K. Kannan (2003). Nested saturation with guaranteed

real poles. *Proceedings of the American Control Conference. Denver, Colorado.*

Lozano R., A. Sánchez, S. Salazar-Cruz e I. Fantoni (2008). Discrete-time stabilization of integrators in cascade : Real-time stabilization of a mini-robotcraft. *International Journal of Control.* **81**, 894–904.

Marchand N. y A. Hably (2005). Global stabilization of multiple integrators with bounded controls. *Automatica.* **41(12)**, 2147–2152.

Olfati-Saber R. (2001). Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles. *PhD. Tesis Report. MIT, USA.*

Pounds P. y R. E. Mahony (2009). Design principles of large quadrotors for practical applications. *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA, Kobe, Japón.*

Salazar S., H. Romero, R. Lozano y P. Castillo (2009). Modeling and Real-Time Stabilization of an Aircraft Having Eight Rotors. *Journal of Intelligent and Robotic Systems.* **54**, 455–470.

Shuster M. D. (1993). A survey of attitude representations. *Journal of the Astronautical Sciences.* **41(4)**, 439–517.

Teel. A. R. (1992). Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *Systems & Control Letters* **18(3)**, 165–171.